

Die Ausgangssituation für die Vereinheitlichung des SI-Systems

Man schrieb das Jahr 1798, als mit der Französischen Revolution neben der Verwendung des Dezimalsystems auch einheitliche Maße gefordert wurden. Dies führte sowohl zur Einführung des *Urmeters*, der den 10-millionsten Teil der Entfernung Nordpol-Äquator (gemessen auf dem Meridian durch Paris) betragen sollte als auch zur Herstellung des *Urkilogramms*, das der Masse eines Liters oder Kubikdezimeters Wasser bei einer Temperatur von 4° C entsprechen sollte.

Diese beiden *Artefakte* wurden im Jahr 1875 im Rahmen der Meterkonvention zur Grundlage einer internationalen Vereinbarung, der sich zunächst 17 Gründerstaaten – darunter Frankreich, Russland und das Deutsche Reich – anschlossen, um einheitliche Maße für die Zukunft zu schaffen. Seit dem Jahr 2015 gehören der Meterkonvention 60 Mitgliedsstaaten sowie weitere 40 Staaten und weltweite Organisationen an. Allerdings hat sich bis heute die Verwendung metrischer Einheiten global noch nicht vollständig durchgesetzt. So werden etwa in den USA nach wie vor Längen, Massen und Temperaturen in Meilen, Unzen und Grad Fahrenheit gemessen.

Die letzten beiden Jahrzehnte mit ihren wissenschaftlichen und technischen Entwicklungen haben gezeigt, dass sich Unzulänglichkeiten bei der Definition von Einheiten – insbesondere des Kilogramms verstärkt negativ bemerkbar machen. Die Abweichungen beim Urkilogramm führten zu nicht mehr tolerierbaren Veränderungen bei allen anderen Größen, die vom Kilogramm abhängig sind.

Mit dem im Jahr 2019 vereinheitlichten SI-System werden nach heutigem Wissensstand unveränderliche Naturkonstanten bei Wissenschaft und Technik zur Grundlage von Messungen und Berechnungen benutzt – unabhängig von willkürlich geschaffenen und ungenauen Größen.

Hinweis:

Das Video „Was sind internationale Maßeinheiten?“ zeigt eine allgemeine Übersicht über das SI-System in seiner historischen Entwicklung:

<https://www.mediatheque.lindau-nobel.org/videos/38521/si-units-i-de>

1. Naturkonstanten für Zeit und Länge

Siehe auch: <https://www.mediatheque.lindau-nobel.org/videos/38523/si-units-iii-de>

a) Definition der Zeit

Bereits seit 1967 wird die **Sekunde** messtechnisch durch den Übergang zwischen den beiden *Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Cäsium-Isotops ^{133}Cs* definiert. Dabei entspricht eine Sekunde dem 9 192 631 770-fachen der Periodendauer der dabei auftretenden Strahlung.

Die **definierende Naturkonstante** ist dabei die Frequenz $\Delta \nu = 9192631770 \text{ s}^{-1}$.

Daraus folgt für die **Definition der Basiseinheit**: $1 \text{ s} = \frac{9192631770}{\Delta \nu(^{133}\text{Cs})}$

b) Definition der Länge

Im Jahr 1983 wurde zur Bestimmung des **Meters** die *Lichtgeschwindigkeit* auf den präzisen Wert $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ festgelegt. Ein Meter ist dann die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299792458 Sekunden durchläuft.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich für die **Definition der Basiseinheit** folgender Wert ergibt:

$$1 \text{ m} = 30,663318 \dots \frac{c}{\Delta \nu(^{133}\text{Cs})}$$

c) Begründen Sie, warum die Definitionen von Sekunde und Meter durch die Naturkonstante c verbunden sind!

2. Die Neugestaltung der Kilogramm-Definition

a) Probleme mit und wegen des Kilogramms

Bis zum Jahr 2019 waren das in einem Tresor des internationalen Büros für Maße und Gewichte in der Nähe von Paris aufbewahrte „Urkilogramm“ (**Abb. 1**) sowie deren offizielle und zahlreiche nationale Kopien die Grundlage für alle Massen. Doch bei Massenvergleichen stellte man fest, dass fast alle Kopien schwerer waren als das Original – niemand kann bis heute exakt belegen, warum das so ist. Allerdings war klar, dass das Urkilogramm abgelöst werden musste – schließlich hängen vom Urkilogramm andere Einheiten wie etwa *Ampere* – oder *Mol* ab mit der Folge, dass diese Einheiten wegen des Kilogramms Probleme hatten.



Abbildung 1: Foto: Japs 88 – wikipedia.org

b) Neudefinition des Kilogramms mittels des Planck'schen-Wirkungsquantums h

Siehe auch: <https://www.mediatheque.lindau-nobel.org/videos/38522/si-units-ii-de>

Für die Neudefinition des **Kilogramms** wurde eine Naturkonstante ausgewählt, deren Einheit das kg enthält und deren Messwert mit extrem hoher Genauigkeit bestimmt werden kann – die Wahl fiel auf das *Planck'sche Wirkungsquantum* h :

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{Js} = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

Zur Realisierung für ein zukünftig stabiles Kilogramm wurden zwei Experimente erdacht und realisiert:

- Beim so bezeichneten *Wattwaagen-Experiment* wird die auf ein Massestück wirkende Schwerkraft durch eine elektromagnetische Kraft kompensiert, wodurch ein Wert für h errechnet werden kann.
- Parallel dazu wurde eine perfekt geschliffene Kristallkugel aus hochreinem Silizium aus der Masse von 21,442... Quadrillionen Atomen gebaut, deren Anzahl sich aufgrund der Kristallstruktur extrem genau zählen lässt. Diese sogenannte *Avogadro-Experiment* enthält als Ergebnis die „Avogadro-Konstante N_A “, aus der sich wiederum das Planck'sche Wirkungsquantum ermitteln lässt.
- Damit sind die Ergebnisse aus dem Wattwagen-Experiment und der Siliziumkugel vergleichbar – sobald die Ergebnisse aus beiden Versuchen konsistent waren, war der Weg zum neuen Kilogramm frei.

Aufgabe: Recherchieren Sie in Lehrbüchern und im Internet, was man unter „Avogadro-Konstante“ und „Planck'schen Wirkungsquantum“ versteht und informieren Sie sich über die beiden Versuche zur Neubestimmung des Kilogramms!

Tip: Erste Erklärungen und Erläuterungen bietet folgendes Youtube-Video:

<https://www.youtube.com/watch?v=l8jZln8pBJA>

c) Der Wert für das Planck'sche Wirkungsquantum beträgt

$$\text{Js} = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

Lösen Sie diese Beziehung nach der Einheit kg auf und erläutern Sie ihr Ergebnis in Hinblick auf das Planck'sche Wirkungsquantum – auch unter Einbeziehung von **Abb. 2!**

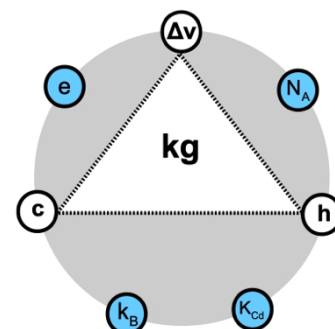


Abbildung 2: Wolfgang Vogg

Zur Erläuterung der Definition der Einheit Ampere sowie der noch folgenden Definitionen von Kelvin, Mol und Candela **siehe auch**:

<https://www.mediatheque.lindau-nobel.org/videos/38524/si-units-iv-de>

1. Das Ampere erhält eine neue Basis

Für die Messung der elektrischen Stromstärke wurde als Einheit das **Ampere** gewählt – sie ist die einzige elektrische Grundgröße im Internationalen Einheitensystem. Die seit dem Jahr 1948 gültige Definition veranschaulicht **Abb. 1**:

Dabei wird die Basiseinheit 1 Ampere als die Stärke eines zeitlich konstanten elektrischen Stromes zwischen zwei unendlich langen parallelen Leitern definiert, die in 1 Meter Abstand voneinander eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Leiterlänge hervorruft.

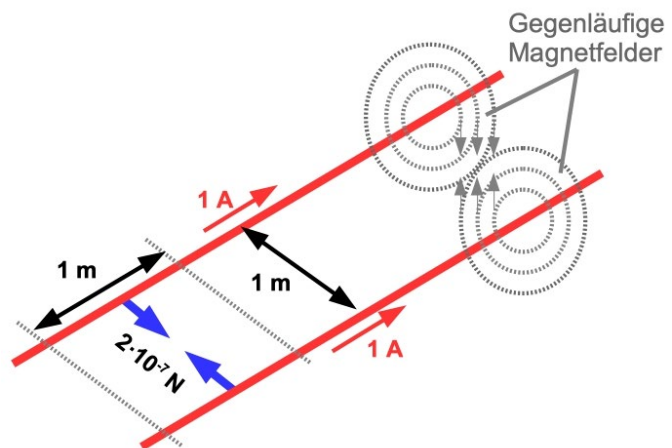


Abbildung 1: Wolfgang Vogg

Diese willkürlich gewählte und realitätsferne Messvorschrift konnte nur näherungsweise durchgeführt werden. Zudem hat sie den entscheidenden Nachteil, dass sie das Ampere über die Kraft mit dem Kilogramm verknüpft mit den bereits angesprochenen Problemen.

Schon vor Jahrzehnten wurde deshalb ein anderer Weg beschritten:

So hatte der britische theoretische Physiker und spätere Nobelpreisträger **Brian D. Josephson** bereits 1962 einen **Effekt in Supraleitern** vorhergesagt, der es möglich machte, elektrische Spannungen hochpräzise zu messen. Zudem entdeckte 1980 der deutsche Physiker und ebenfalls spätere Nobelpreisträger Klaus von Klitzing den **Quanten-Hall-Effekt**, der eine überaus exakte Bestimmung von elektrischen Widerständen ermöglichte.

- a) Informieren Sie sich über die Erkenntnisse der beiden Physiker und erläutern Sie, warum deren Erkenntnisse noch nicht vollständig zur Neudefinition des Ampere ausreichen!

Heute nach der Reform des SI-Systems steht das Ampere ebenfalls auf der Basis einer Naturkonstante – der Elementarladung des Elektrons. In aufwendigen Messungen ist es gelungen, das Ampere durch den Stromfluss von weit über 1 Trillion Elementarladungen pro Sekunde zu definieren.

Für die Elementarladung gilt: $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s}$

- b) Lösen Sie diese Beziehung nach der Einheit A auf und berechnen Sie mithilfe der zugehörigen Naturkonstante den Wert!

2. Definition der noch verbleibenden Basiseinheiten Kelvin (K), Mol (mol), Candela (cd)

a) Das Kelvin (K) als Einheit für die Temperatur

Das **Kelvin** ist die SI-Einheit der thermodynamischen Temperatur. Dabei ist die *Kelvin-Skala* nichts anderes als die im Alltag verwendete *Celsius-Temperaturskala* mit verschobenem Nullpunkt. Der absolute Nullpunkt bei $-273,15\text{ °C}$ entspricht 0 K . Folglich gibt es bei der Kelvin-Temperaturmessung keine negativen Temperaturen und ein Kelvinschritt entspricht einem Celsiusschritt.

Die Größe des Kelvins ist bestimmt durch die Naturkonstante k_B , die als *Boltzmann-Konstante* bezeichnet wird: $k_B = 1,3806488 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

α) Recherchieren Sie in Lehrbüchern und im Internet, wie die „Boltzmann-Konstante“ hergeleitet wurde!

β) Begründen Sie in einem Satz die Bedeutung von $k_B = 1,3806488 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$, wenn man die Temperatur um 1 K ändert!

γ) Berechnen Sie unter Einbeziehung weiterer Naturkonstanten (siehe auch **Abb. 2**) die für 1 K geltende Beziehung:

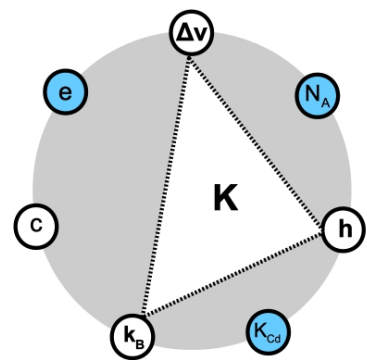
$$1\text{K} = 2,2666653 \dots \frac{\Delta\nu(133\text{ Cs})h}{k_B}$$


Abbildung 2: Wolfgang Vogg

b) Das Mol (mol) als Einheit der Stoffmenge

Durch die Festlegung des Kilogramms auf das Planck'sche Wirkungsquantum h wurde es möglich, die Avogadro-Konstante N_A zu bestimmen.

Daraus wiederum wurde es möglich, auch das Mol auf eine Naturkonstante zu beziehen, sodass heute gilt:

Das **mol** ist die Einheit einer Stoffmenge aus exakt $6,02214076 \cdot 10^{23}$ Einzelteilchen derselben Art, wobei es sich jeweils um Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen oder andere Partikel handeln kann. Somit gilt für 1 mol :

$$1\text{ mol} = \frac{6,02214076 \cdot 10^{23}}{N_A}$$

c) Die Candela (cd) als Einheit der Lichtstärke

Die Lichtstärke – definiert durch die Einheit **Candela** – kommt im Unterricht der gymnasialen Oberstufe so gut wie nicht vor, ist aber als Einheit in der Naturwissenschaft und den daraus resultierenden technischen Anwendungen von durchaus großer Bedeutung. Ihre Definition und Einordnung in das neue SI-System soll deshalb – in erster Linie als Anregung für Interessierte – nur vorgestellt werden:

Die Lichtstärke wurde früher abgeleitet von einer Kerzenflamme mit einer bestimmten Dochthöhe – mit solchen Standardkerzen konnte man bestimmen, wie hell eine Lichtquelle leuchtet.

Seit 1979 ist die Einheit Candela (cd) – lateinisch für Kerze – über die Lichtstärke einer grünen Lichtquelle mit einer Wellenlänge $\lambda = 555$ Nanometer definiert, die mit einer bestimmten Leistung (1/683 Watt) eine elektromagnetische Strahlung in einen gewissen Raumwinkel emittiert.

Eine Candela entspricht etwa der Lichtstärke einer Haushaltskerze. Über einen Umrechnungsfaktor, das *photometrische Strahlungsäquivalent* K_{cd} , ist die Größe, die eigentlich an die Lichtempfindlichkeit des menschlichen Auges angepasst ist, an die elektromagnetische Strahlungsphysik angekoppelt. Dass die Candela als Einheit überlebt hat, ist ein Zugeständnis an die Beleuchtungsindustrie. An der Definition wird sich zukünftig deshalb auch nichts ändern.

Für 1 cd ergibt sich folgender Zusammenhang: $1\text{cd} = \left(\frac{K_{cd}}{683}\right) \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{sr}^{-1}$ *

* Die Einheit *Steradian* (sr) ist eine Maßeinheit für den Raumwinkel – auf einer Kugel von 1 m Radius umschließt ein Steradian eine Fläche von 1 m² auf der Kugeloberfläche.

Daraus folgt durch Einbeziehung weiterer Naturkonstanten:

$$1\text{cd} = \frac{1}{(6,62607015 \cdot 10^{-34}) \cdot (9192631770)^2} [\Delta\nu(^{133}\text{Cs})]^2 h K_{cd}$$

$$1\text{cd} = 2,614830 \dots \cdot 10^{10} [\Delta\nu(^{133}\text{Cs})]^2 h K_{cd}$$

Ein Candela ist somit die Lichtstärke einer Strahlenquelle in eine bestimmte Raumrichtung, die mit einer Frequenz von $540 \cdot 10^{12}$ Hz emittiert wird und eine Strahlungsintensität in dieser Richtung von 1/683 W sr⁻¹ hat.

3. Alle Basiseinheiten mit den zugehörigen Naturkonstanten im Überblick

Abb. 3 zeigt, auf welche Naturkonstante sich die jeweilige Basiseinheit bezieht und welche Beziehungen zwischen den einzelnen Maßeinheiten bestehen.

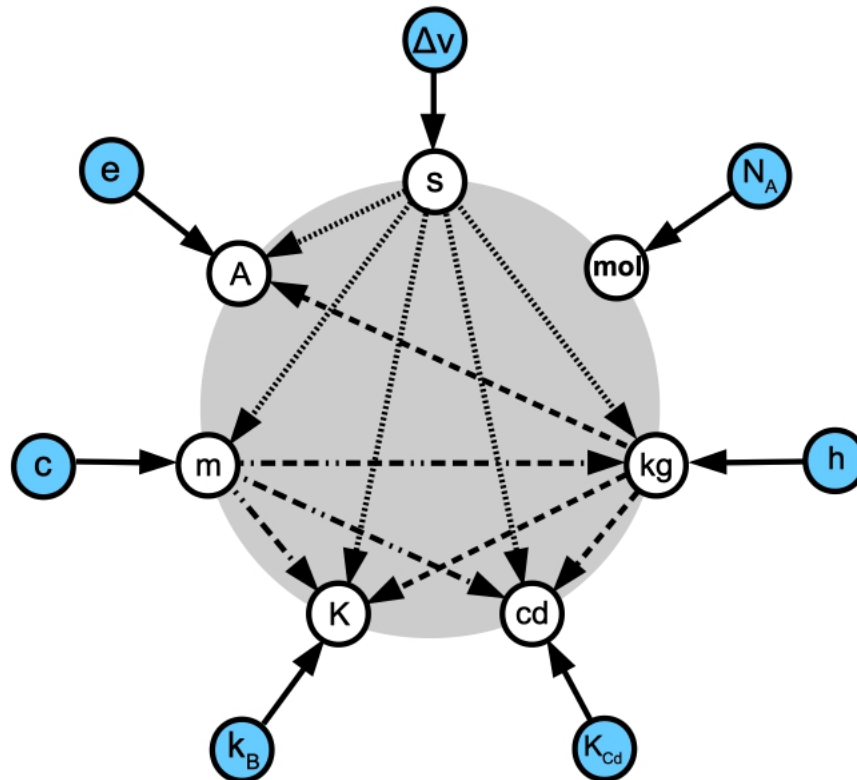


Abbildung 3: Wolfgang Vogg

Entwirren Sie die Verflechtungen anhand der unterschiedlich gezeichneten Pfeile und entdecken Sie so die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Basiseinheiten und deren zugehörigen Naturkonstanten!